Bedürfnisalgebra

Manfred Hörz

Ein Hauptproblem einer ethischen Anthropologie ist, die menschlichen Entwicklungsmöglichkeiten nicht einzuschränken und nicht zu beurteilen. Menschen entwickeln sich im Zusammenwirken der eigenen Bedürfnisse und derjenigen anderer Lebewesen. Wesentliche Faktoren sind dabei Konflikte, die zunächst negativ erscheinen mögen, jedoch eine Chance der Fortentwicklung sind. Dabei sollten die Bedürfnisse, die das Hauptmerkmal der menschlichen Persönlichkeit ausmachen, nicht unterdrückt werden.

Rousseau erkannte in der Fragestellung seiner Gesellschaftstheorie, dass die Freiheit des Menschen, die in der Befriedigungsmöglichkeit seiner Bedürfnisse besteht, in der bürgerliche Gesellschaft der bourgeois nur an sich gegeben, aber in ihr noch nicht zu finden ist.

Erst im allgemeinen Willen, der die Menschen so frei lässt wie zuvor, werden die Bedürfnisse realisierbar, die durch die Konflikte an der Befriedigung gehindert wurden. Die List der Vernunft besteht darin, dass erst der sittliche, d.h. der soziale Standpunkt, der die Bedürfnisse der anderen sieht und anerkennt, die zuvor egozentrischen Bedürfnisse auf einen höheren Standpunkt hebt, der das Wesen der Bedürfnisse schwach sichtbar werden lässt: **Bedürfnisse sind letztlich die nach dem anderen Menschen**. Genau das ist die optimale Voraussetzung der eigenen Bedürfnisbefriedigung.

Der sogenannte „**epikureische Gegenzyklus**", der paradoxerweise jeweils die Bedürfnisse gerade derjenigen unterstützt, die einen an der Befriedigung hindern, ermöglicht die nicht invasive Bedürfnisbefriedigung aller. Wird dieser allgemeine Wille nicht erreicht, so sinkt das Niveau ab und Bedürfnisse verarmen in der psychischen Verdrängung, die die Schwächsten erleiden müssen.

Bedürfniskonflikte tragen eine besondere Struktur. Setzt man zunächst einfache Relationen, die später beliebig verfeinerbar sind, an, so wird man drei Beziehungen feststellen: Ein Bedürfnis kann ein anderes fördern, ihm gegenüber neutral sein oder es hemmen.

Genauer, hemmt die Befriedigung des einen Bedürfnisses n_1 die Befriedigung des anderen Bedürfnisses n_2, so lässt diese Beziehung sich formal angeben als

$$n_1 \dashv n_2$$

Unterstützt dagegen das Bedürfnis n_1 das Bedürfnis n_2, so schreibt man

$$n_1 \rightarrow n_2$$

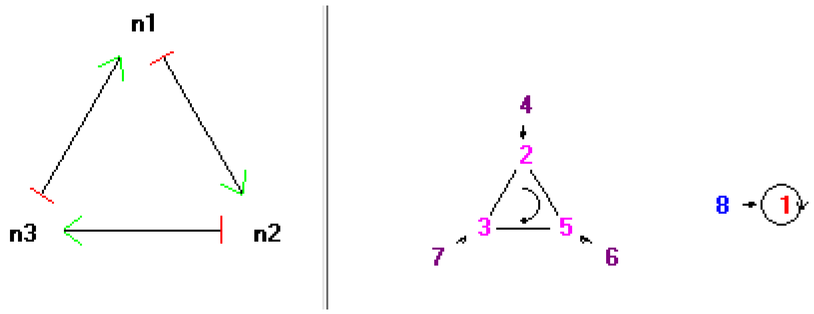
Im Fall der Neutralität zeichnet man einfach einen Strich:

$$n_1 - n_2$$

Jede Bedürfnisstruktur erzeugt je nach Aktivierungen bestimmter Bedürfnisse Folgesituationen, in denen spezielle Bedürfnisse befriedigt sind, andere dagegen nicht. Diese ziehen wiederum andere Befriedigungen nach sich und so weiter. Da es aber nur eine endliche Anzahl von Befriedigungsmustern gibt, sind diese Dynamiken alle Zyklen mehr oder weniger großen

Ausmaßes. Es kann auch mehrere unabhängige Zyklen geben. Bei „Störungen“ durch externe oder interne Faktoren können die Zyklen auf andere Zyklen überspringen oder auch im jeweiligen Zyklus verharren. Es gibt stabile und weniger stabile Zyklen.

Nehmen wir zur Illustration einen einfachen Fall mit drei Bedürfnissen, bei dem die Beziehungen symmetrisch sind:



Links ist die Bedürfnisstruktur abgebildet und rechts die Dynamik und unten in der Tabelle werden den Nummern der Dynamik die Bedürfnisse zugeordnet, die in dieser Situation befriedigt werden.

Sit.Nr.	Nr.i befr. Bedürfnisse ni	
1	-	1
2	3	3
3	2	3
4	2,3	
5	1	3
6	1,3	
7	1,2	
8	1,2,3	

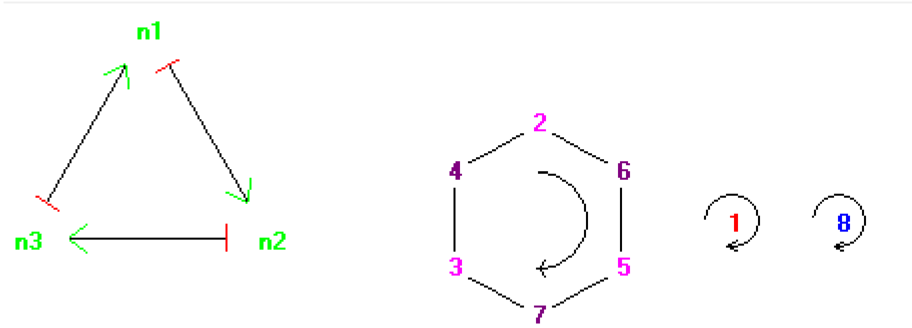
Die letzte Zahl in der Tabelle gibt die Größe des Zyklus an, zudem das entsprechende Bedürfnis gehört. Diese Struktur ist ein 3-Widerspruchszyklus, n_1 widerspricht, stört oder hemmt n_3 , das wiederum n_2 widerspricht und letzteres wieder n_1 . Dieser Widerspruchsstruktur (ein typisches Beispiel problematischer Konflikte, das der Ausgangssituation der rousseauschen Konflikttheorie oder auch dem Ödipuskonflikt zugrunde liegt) ist überlagert mit einem epikureischen Gegenzyklus (grün), der die sonst ausweglose Struktur sanft löst, im allgemeinen Willen Rousseaus bzw. in der persönlichen Überwindung des Ödipuskonflikts, der die gesunde Persönlichkeit charakterisiert.

Die Situation mit der Nummer 2 (pink) bedeutet, dass nur Bedürfnis n_3 befriedigt ist. Aufgrund der inneren Dynamik folgt in der nächsten Zeiteinheit die Situation 5 (pink), in der laut untenstehender Tabelle das Bedürfnis n_1 zur Befriedigung kommt.
Dann folgt die Situation mit der Nummer 3 (ebenfalls pink), in der das Bedürfnis n_2 gestillt ist. Dann wiederholt sich das Ganze im Dreiertakt.

Wird nun innerhalb dieser Dynamik zusätzlich extern ein weiteres Bedürfnis aktiviert, beispielsweise das Bedürfnis n_3 während gerade n_2 befriedigt wird, so springt man aus dem Zyklus heraus (Situation 4), die jedoch im nächsten Moment (Situation 2) wieder im Zyklus landet.

Wenn dagegen alle drei Bedürfnisse aktiviert sind (das ist Situation 8), dann folgt die allgemeine Frustration in Situation 1, die selbst ein 1-Zyklus ist und leider stabil ist, wenn nicht wieder eine externe 'Störung' eintritt. Das ist jedoch innerhalb des Zyklus <2,5,3> weniger wahrscheinlich, da dazu zwei weitere Bedürfnisse aktiviert werden müssten. Dieser Zyklus ist also recht stabil.

Eine noch günstigere Variante liegt vor, wenn die Bedürfnisse sich selbst gegenüber nicht neutral sind sondern sich selbst aktivieren (also „anapoietisch“ sind). Dann nämlich folgt unter sonst gleichen strukturellen Bedingungen sogar die bestmögliche Lösung in einem 3-Zyklus, bei dem pro Situation nicht nur ein Bedürfnis befriedigt wird, sondern je zwei. Eine bessere Lösung scheint es nicht zu geben, außer, dass der zuvor fatale, aber hier stabile 1-Zyklus <8> erreicht wird.
Das zeigt unten stehende Graphik.



Eine Situation wird durch einen Zustandsvektor $\vec{n}$ dargestellt, in dem die Befriedigungszustände jedes Bedürfnisses eingetragen sind. Die Übergangsmatrix S listet die Beziehungsstruktur der beteiligten Bedürfnisse auf. Der nächste Zustandsvektor $\vec{n}\,'$ ergibt sich dann aus der Matrizenmultiplikation $S \cdot \vec{x}$. Hieraus lassen sich die Zyklen und die Vorzyklen eines jeden Bedürfnisses bestimmen.

Dazu möchte ich zunächst einen allgemeinen Satz angeben und beweisen.

Satz: Sei $f: M \rightarrow M$ Funktion und $|M| = r$, dann gilt:

$$\bigwedge_{n \in M} \bigvee_{0 \leq k \leq r-1} \bigvee_{1 \leq z \leq r} f^k n = f^{k+z} n \ \wedge\ 1 \leq k+z \leq r$$

Beweis:

$$\text{Sei } n \in M \quad b.a.f: \quad \left.\begin{array}{l} n_1 := n \\ n_2 := fn_1 \\ n_3 := f^2 n_1 \\ \dots \\ n_r := f^{r-1} n_1 \end{array}\right\} \bigwedge_{\rho \in \{1,\dots,r\}} n_\rho := f^{\rho-1} n \quad (f^0 n := n)$$

Fall 1: alle n_i sind paarweise verschieden $\Rightarrow M = \{n_1, \dots, n_r\} \Rightarrow \bigvee_{k' \in \{1,\dots,r\}} f^r n = n_{k'}$

$\Rightarrow \bigvee_{k' \in \{1,\dots,r\}} f^{k'-1} n = f^r n \quad k := k' - 1 \geq 0,\ z := r - k \Rightarrow r = k + z.$ da $k' \leq r \Rightarrow$

$k = k' - 1 \leq r - 1 \Rightarrow -k \geq 1 - r \Rightarrow r - k \geq r + 1 - r = 1 \Rightarrow z \geq 1.$ da $k \geq 0 \Rightarrow -k \leq 0$

$\Rightarrow r - k \leq r \Rightarrow z \leq r. \Rightarrow r = k + z \Rightarrow k + z \leq r \Rightarrow \bigvee_{0 \leq k \leq r-1} \bigvee_{1 \leq z \leq r} f^k n = f^{k+z} n \wedge Rest$

Fall 2: nicht alle n_i sind paarw. versch., d.h. es gibt zwei Indizes

$\rho_1' \neq \rho_2'$ mit $n_{\rho_1'} = n_{\rho_2'}$ (oBdA: $\rho_2' > \rho_1'$) $\Rightarrow \bigvee_{1 \leq \rho_1' \leq r, 2 \leq \rho_2' \leq r} f^{\rho_1'-1} n = f^{\rho_2'-1} n$

$k := \rho_1' - 1,$ da $1 \leq \rho_1' \leq r \Rightarrow 0 \leq \rho_1' - 1 \leq r - 1 \Rightarrow 0 \leq k \leq r - 1 \qquad z := \rho_2' - \rho_1'$

$2 \leq \rho_2' \leq r. \quad 1 \leq \rho_1' \leq r \Rightarrow -r \leq -\rho_1' \leq -1 \Rightarrow 2 - 1 \leq \rho_2' - \rho_1' \leq r - 1 \Rightarrow 1 \leq z \leq r - 1$

$k + z = \rho_2' - 1 \Rightarrow 1 \leq k + z \leq r - 1 \Rightarrow \bigvee_{0,1 \leq k,\ z \leq r-1} f^k n = f^{k+z} n \wedge 1 \leq k + z \leq r - 1$.

Bezeichnet man nun mit $n(1), n(2), n(3), \dots, n(k)$ die Variablen der Befriedigungswerte der k

Bedürfnisse $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$ und mit $\vec{n} = \begin{pmatrix} n(1) \\ n(2) \\ n(3) \\ \dots \\ n(k) \end{pmatrix}$ den Zustandsvektor dieser Bedürfnisse,

bezeichnet man weiter mit

$nn(1,1), nn(1,2), \dots, nn(1,k), nn(2,1), nn(2,2), \dots, nn(2,k), \dots, nn(k,1), nn(k,2), \dots, nn(k,k)$

die jeweilige Bedürfnisstruktur, d.h. die Art $nn(i,k)$, in der das Bedürfnis n_i auf das

Bedürfnis n_k wirkt (fördernd, hemmend oder neutral), so stellt die Übergangsmatrix

$$S=\begin{pmatrix} nn(1,1) & nn(2,1) & nn(3,1) & \ldots & nn(k,1) \\ nn(1,2) & nn(2,2) & nn(3,2) & \ldots & nn(k,2) \\ nn(1,3) & nn(2,3) & nn(3,3) & \ldots & nn(k,3) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ nn(1,k) & nn(2,k) & nn(3,k) & \ldots & nn(k,k) \end{pmatrix}$$

die Bedürfnisstruktur dar.

Die Matrizenmultiplikation der Strukturmatrix S mit dem Zustandsvektor $\vec{n}$ ergibt dann den neuen Zustandsvektor $\vec{n}\,'=S\cdot\vec{n}$. (Daher nennt man S auch Übergangsmatrix)

Führt man diese Transformation S mehrmals hintereinander, etwa m mal aus, so erhält man entsprechend:

$$\overrightarrow{n^{(m)}}=S^m\cdot\vec{n}$$

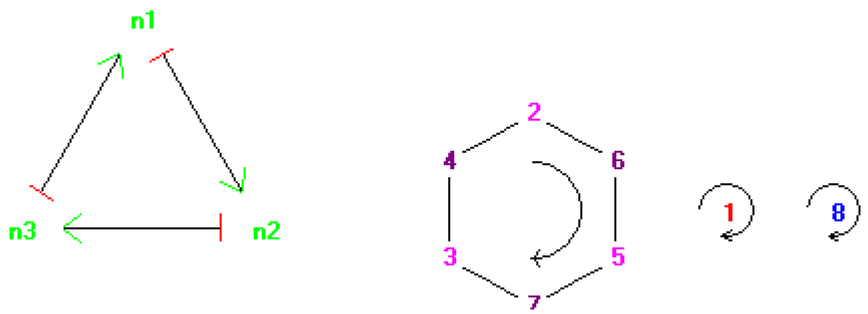
Da diese Transformation eine Funktion über der endlichen Menge aller Zustandsvektoren einer gegebenen Bedürfnisstruktur ist, lässt sich der obige Satz auf die Menge M der Zustandsvektoren übertragen:

Satz: Sei $S:M\rightarrow M$ die Bedürfnisstruktur und M die r-Menge der Zustandsvektoren, dann gilt

$$\bigwedge_{\vec{n}\in M}\ \bigvee_{0\leq k\leq r-1}\ \bigvee_{1\leq z\leq r} S^k\,\vec{n} = S^{k+z}\,\vec{n} \wedge 1\leq k+z\leq r$$

Ich wähle nochmal das zuletzt aufgeführte Beispiel

Bsp. 1



Die Strukturmatrix ist hier $S=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Das heißt, n_1 fördert sich selbst, ebenso

fördert es auch n_2 , aber hemmt n_3 . Das sind die Informationen des ersten Spaltenvektors in der Matrix S. Entsprechend hemmt n_2 das Bedürfnis n_1 , fördert sich selbst und auch n_3 . Das ist der zweite Spaltenvektor der Matrix. Schließlich zeigt der dritte Spaltenvektor die Einflüsse des Bedürfnisses n_3 auf die anderen Bedürfnisse: es fördert n_1 , hemmt n_2 und fördert sich

selbst. Die Zustandsvektoren sind $\vec{n}_1=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{n}_2=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{n}_3=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{n}_4=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$,

$\vec{n}_5=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{n}_6=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{n}_7=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{n}_8=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Wendet man beispielsweise auf $\vec{n}_3$ die Übergangsmatrix S an, so ergibt sich:

$$S\cdot\vec{n}_3=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1\cdot\mathbf{0}+(-1)\cdot\mathbf{1}+1\cdot\mathbf{0} \\ 1\cdot\mathbf{0}+1\cdot\mathbf{1}+(-1)\cdot\mathbf{0} \\ -1\cdot\mathbf{0}+1\cdot\mathbf{1}+1\cdot\mathbf{0} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

, was nach Normierung den

Vektor $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}=\vec{n}_4$ ergibt (vgl. den 6-Zyklus oben).

Wendet man genau sechsmal die Matrix auf $\vec{n}_3$ an, so ergibt sich wieder $\vec{n}_3$. Man kann dazu auch erst die Matrix S^6 erstellen:

$$S^6=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}^6=\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

nach Normierung.

Nun erzeugt die Multiplikation von S^6 mit $\vec{n}_3$ wieder $\vec{n}_3$:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

nach Normierung.

Die Einheitsmatrix S^0 ist die Transformation, die nichts verändert, also die Diagonalmatrix

$$S^0=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

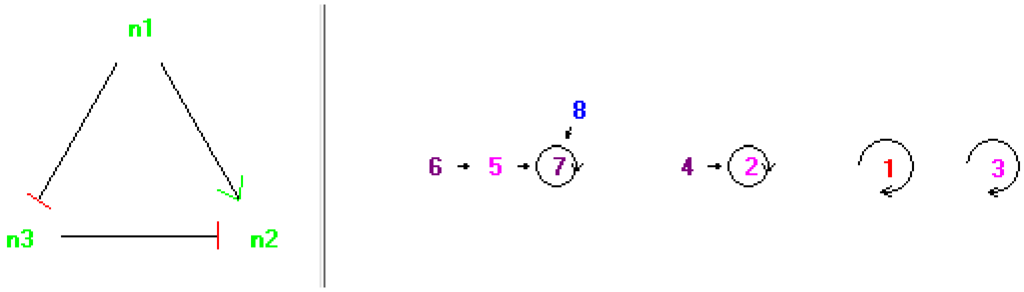
Damit haben wir

$$\vec{n}_3=S^0\,\vec{n}_3=S^{0+6}\,\vec{n}_3=S^6\,\vec{n}_3$$

Die Zahl 0 (der erste Exponent in S^{0+6}) gibt hier den 'Kettenrang' von $\vec{n}_3$ an, d.h. die Befriedigung vom Bedürfnis n_2 liegt nicht außerhalb des Zyklus, sondern innerhalb ohne Vorlauf. Die Zahl 6 nennt den Zyklenrang, falls wir die diesbezüglichen minimalen Zahlen wählen, d.h wir haben hier einen Zyklus mit sechs aufeinander folgenden Situationen, die sich zyklisch in dieser Reihenfolge wiederholen.

Zu beachten ist noch, dass die Produkte für die Befriedigungswerte zu Zahlen 0 und 1 normiert werden. Ab 0,5 wird aufgerundet, negative Zahlen werden auf 0 gesetzt.

Bsp. 2



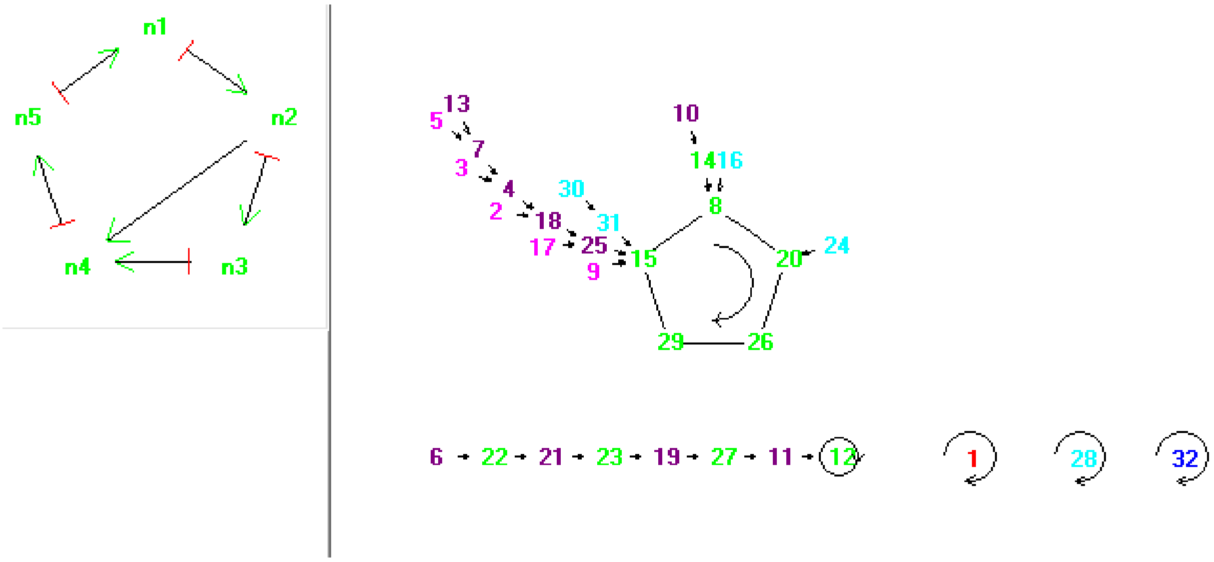
Hier haben wir als Strukturmatrix $S=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}$. Die Zustandsvektoren sind die gleichen bei drei Bedürfnissen, also wie unter Beispiel 1.

Beispielsweise gilt für $\vec{n}_7$: $S\,\vec{n}_7=\vec{n}_7$ und damit für $\vec{n}_6$: $S^2\,\vec{n}_6=\vec{n}_7=S\,\vec{n}_7=S^{2+1}\,\vec{n}_6$

2 ist der Kettenrang, d.h. nach 2 Transformationen oder 2 Folgesituationen geht die Situation 6 in den 1-Zyklus 7 über, der die Bedürfnisse n_1 und n_2 nun konstant befriedigt, falls keine äußeren Einflüsse einwirken. Der Zyklenrang von $\vec{n}_6$ ist wie gesagt 1 und ist am 2. Exponenten des letzten Terms ablesbar.

Ist der Kettenrang einer Situation 0, dann gehört diese Situation einem Zyklus an.

Bsp. 3



Betrachten wir die Situation 13. Fünfmaliges Anwenden der 5,5-Strukturmatrix

$$S=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

auf $\vec{n}_{13}$ erzeugt $\vec{n}_{15}$: $S^5 \cdot \vec{n}_{13} = \vec{n}_{15}$ Da $\vec{n}_{15}$ Mitglied des 5-Zyklus <15,8,20,26,29> ist, gilt: $s^5 \cdot \vec{n}_{15} = \vec{n}_{15}$ und somit $S^5 \cdot \vec{n}_{13} = S^{5+5} \cdot \vec{n}_{13}$. Also ist der Kettenrang wie auch der Zyklenrang von $\vec{n}_{13}$ gleich 5.

Für die Situation 2 gilt: $S^3 \cdot \vec{n}_2 = S^{3+5} \cdot \vec{n}_2$. Der Kettenrang der Situation 2 ist also 3 und ihr Zyklenrang 5.

Allgemein kann man definieren:

Definition: Sei $\vec{n}_i$ ein Zustandsvektor einer Bedürfnismenge N und S ihre Bedürfnisstruktur und gilt:

$S^k \vec{n}_i = S^{k+z} \vec{n}_i$ mit minimalen k und $z \in \mathbb{N}_0$, so heißt

<u>k der Kettenrang und z der Zyklenrang des Zustandsvektors</u> $\vec{n}_i$

Ist k = 0, dann ist $\vec{n}_i$ Mitglied eines z-Zyklus, d.h. es gilt $\vec{n}_i = S^z \vec{n}_i$ mit minimalem z, d.h.

$\vec{n}_i$ ist Eigenvektor der Matrix S^z mit dem Eigenwert 1. Die Matrix S^z mit minimalem z hat genau z Eigenwerte.

In Beispiel 3 haben wir neun Eigenvektoren. Vier zur Matrix S und fünf zur Matrix S^5 .
Die Matrizen der Form S^r mit $r>0$, die Eigenvektoren besitzen, sollen **Eigenmatrizen** heißen. Eigenmatrizen mit dem Exponent r besitzen genau r Eigenvektoren, stets mit den Eigenwerten 1.

Ist k der Kettenrang eines Zustandsvektors $\vec{n}$, dann ist $S^k \cdot \vec{n}$ ein Eigenvektor.

Eine Matrix S^k , die invertierbar ist, heiße **regular**. Ist S^k eine regulare Eigenmatrix, dann ist der zu ihr gehörige Zyklus **rein,** d.h. ohne **Einzugsgebiet**. Im nicht regularen Fall einer Eigenmatrix S^k besitzt die Matrix S^{-k} ein nichtleeres Einzugsgebiet, die Urbildmenge von S^k ohne ihre Eigenvektoren. Wir müssen allerdings immer beachten, dass wir normieren.

Vermutung: Sei N eine Menge mit r Bedürfnissen.
Dann gibt es mindestens einen dynamischen r-Zyklus.
Ist r ungerade, dann gibt es mindestens einen dynamischen 2r-Zyklus.

Vermutung: Zu einer anapoietischen Bedürfnisstruktur aus r Bedürfnissen, die ein r-Widerspruchszyklus mit epikureischem Gegenzyklus darstellt, gibt es eine Dynamik, die einen dynamischen r-Zyklus enthält, der bestmöglich befriedigt.