Mathematische Skizze einer matrialen Bedürfnistheorie

Manfred Hörz

In diesem Teil möchte ich eine exakte aber offene Definition des matrialen Bedürfnisbegriffes geben und dann das wichtige Problem der Befriedigungsmöglichkeiten einer Bedürfnismenge untersuchen. Denn ist diese Menge befriedigbar, so existiert im Prinzip kein weiteres praktisches Problem.
Diese Mathemetisierung wird vereinfacht (und demnach etwas weniger exakt als möglich) vorgetragen.

Def.1: Gegeben sei ein Mengensystem E von nichtleeren Mengen.
Ein System Σ heiße ein **Situationssystem** (1.Ordnung) von E, wenn es folgende Axiome erfüllt:

(S1) $\varnothing \in \Sigma$
(S2) $E \in \Sigma$
(S3) $\sigma_1, \sigma_2 \in \Sigma \Rightarrow \sigma_1 \cap \sigma_2 \in \Sigma$
(S4) $\sigma_1, \sigma_2 \in \Sigma \Rightarrow \sigma_1 \cup \sigma_2 \in \Sigma$
(S5) $\sigma \in \Sigma \Rightarrow \overline{\sigma} \in \Sigma \quad (\overline{\sigma} := \bigcup E \backslash \sigma)$

Die Menge E heiße die Menge der **Elementarsituationen**[1].
Induktiv definiert man dann ein **Situationssystem** $\Sigma^{(n)}$ **n. Ordnung**. $\Sigma^* := \Sigma^{(2)}$
E setze sich aus zwei (nicht disjunkten) Teilmengen Γ, der **Menge der Bedürfnissituationen** und Π, der **Menge der Befriedigungssituationen** zusammen.

Def.2: Seien $\varepsilon_1, ..., \varepsilon_n \in E$ und $\bigwedge\limits_{\nu \in \{1,...,n\}} e_\nu := \bigcap\limits_{i \in \{1,...,\nu\}} \varepsilon_i \in \Sigma \backslash \{\varnothing\}$
Die Menge $e^n := e := \{e_1, ..., e_n\} \in \Sigma^*$ heiße **Situationsschema** der $\varepsilon_i \quad (i = 1, ..., n)$ und die e_i heißen **Stationen** von e^n.[2]
$M(e^n) := \{\varepsilon_1, ..., \varepsilon_n\} \in \Sigma^*$ heiße **historische Matrix** von e^n. .

Def.3: $\varepsilon \in E$ heiße **Matrisierung** oder **Topisierung** von e^n oder **e^n-Situation** [3]: $\Leftrightarrow e_n \subseteq \varepsilon$
Ein Situatiuonsschema $a^n \in \Sigma^*$ heiße **matrisierbar in** $\varepsilon \in E \backslash M(a^n) \quad (a^n < \varepsilon) :\Leftrightarrow$

---

1 Die ε–Situationen sind sozusagen die geistigen Bausteine, die geistigen Zellen, die eine innere Struktur im Fortgang erhalten - vom Kern abgesehen, dem Gefühlsresiduum. Anstatt des mathematischen Schnitts und der Vereinigung, könnte sich eine neue Relation vielleicht als adäquater herausstellen.

2 Eine Station als Schnitt aufzufassen, kommt dem Gedanken entgegen, das Gemeinsame der Elementarsituationen herauszukristallisieren. Vgl. *L.Wittgenstein*, Vortrag über Ethik, Frankfurt, 1989, S. 10, wo er den Ausdruck "Ethik" im Sinne einer *Galton*'schen "Kollektivphotographie" vermitteln wollte.

3 Eine Erweiterung des Begriffs des Situationsschemas wird notwendig werden, wenn es Situations*arten* der Form $e_\nu \cup \cap \varepsilon_i$ ohne Gefühlresiduen gibt. Das entspricht möglicherweise *Wittgensteins* "Familienähnlichkeiten" (vgl. PU 67).
Ein Situationsschema, oder seine Erweiterung, kann was wir einen Begriff oder ein Präobjekt nennen von einer oder mehreren Personen repräsentieren. Das Schema wird durch die historischen Matrisierungen produziert. Aber wie können wir wissen, dass eine Situation eine Matrisierung eines Schemas ist ? Nur weil es so sein soll, weil es ein unartikuliertes Bedürfnisgefühl gibt. Im Fortschreiten und Fixieren des Schemas wird das Kriterium sich vom dem Bedürfnisgefühl sich emanzipieren zu einem bloßen Wissen jedoch noch ohne Gründe. Matrisierung oder Topisierung ist besser als Verwirklichung oder Realisierung oder Aktualisierung, da diese Begriffe weniger speziell erscheinen.

$a_n \cap \varepsilon \neq \varnothing$
a^n heiße **matrisierbar** $:\Leftrightarrow \bigvee_{\varepsilon \in E \setminus M(a^n)} a_n \cap \varepsilon \neq \varnothing$

Def.4: Ein Situationsschema a^n heiße **fixiert** $:\Leftrightarrow \bigvee_{k<n} a_k = a_{k+1} = ... = a_n = a_{n+1}$

Def.5: Ein Situationsschema b^m heiße **Spezialisierung** des Situationsschemas a^n $(b^m \langle a^n)$: $\Leftrightarrow M(b^m) \subseteq M(a^n)$
a^n heiße dann **Generalisierung** von b^m.

Satz 1: 1) Ist $a^n \in \Sigma^*$ ein fixiertes Schema, dann gilt: $a^n < \varepsilon \Leftrightarrow a_n \subseteq \varepsilon$

2) $b^m \langle a^n \Rightarrow b_m \supseteq a_n$

3) Seien $a^n, b^m \in \Sigma^*$: $a^n < \varepsilon \wedge a^n \rangle b^m \Rightarrow b^m < \varepsilon$

4) Seien $a^n, b^m \in \Sigma^*$ und b^m fixiert : $b^m < \varepsilon \wedge a^n \rangle b^m \Rightarrow a^n < \varepsilon$

5) Seien $a^n, b^m \in \Sigma^*$ und b^m fixiert und $a^n \rangle b^m$: $a^n < \varepsilon \Leftrightarrow b^m < \varepsilon$

Bew.: 1) $a^n < \varepsilon \Rightarrow a_n \cap \varepsilon \neq \varnothing \Rightarrow a_{n+1} = a_n \cap \varepsilon$. a^n ist fixiert $\Rightarrow a_{n+1} = a_n \Rightarrow a_n \subseteq \varepsilon$

2) $b^m \langle a^n \Rightarrow \{\varepsilon_1, ..., \varepsilon_n\} := M(a^n) \supseteq M(b^m) =: \{\varepsilon_{i_n}, ..., \varepsilon_{i_m}\} \Rightarrow$
$\Rightarrow a_n = \varepsilon_1 \cap ... \cap \varepsilon_n \subseteq \varepsilon_{i_1} \cap ... \cap \varepsilon_{i_m} = b_m$

3) $a^n \rangle b^m \Rightarrow a_n \subseteq b_m$.
Sei $a^n < \varepsilon \Rightarrow a_n \cap \varepsilon \neq \varnothing$, $b_m \supseteq a_n \Rightarrow b_m \cap \varepsilon \neq \varnothing \Rightarrow b^m < \varepsilon$

4) Sei $b^m < \varepsilon \Rightarrow b_m \cap \varepsilon \neq \varnothing$ und da b^m fixiert, $b_m \subseteq \varepsilon$.
$a_n \subseteq b_m$ also $a_n \subseteq \varepsilon$ oder $a_n \cap \varepsilon \neq \varnothing$ oder schließlich $a^n < \varepsilon$.

Def.6: Mit $\gamma_i \in \Gamma$ und $\pi_j \in \Pi$ sei $g_r := \gamma_1 \cap ... \cap \gamma_r$ ein Bedürfnisgefühl bzw. $g^r := \{g_1, ..., g_r\}$ sein Schema und $p_m = \pi_1 \cap ... \cap \pi_m$ das dazugehörige Befriedigungsgefühl bzw. $p^m := \{p_1, ..., p_m\}$ das entsprechende Schema.
Dann heiße $n(p_m) := g_r$ das **Bedürfnis nach (zu) p**, wobei $n : p_m \to g_r$ die **Bedürfnisfunktion** sei[1].

Beispiel: das schematisierte Gefühl HUNGER intendiert das schematisierte Gefühl, das Faktum ESSEN, d.h. HUNGER ist das BEDÜRFNIS zu ESSEN.

Damit ist - relativ zum jeweiligen Standort - ein Gefühl, d.h. ein Bedürfnis als Bedürfnis zu oder nach etwas definiert, so exakt wie eben möglich.

[1] Für den generischen Bezug von p_m zu g_r siehe den philosophischen Teil.

Diese Definition ist aber typisch historisch, d.h. sie kann im Laufe der Zeit sich weiter konkretisieren, fixieren oder variieren; sie ist also prinzipiell auch offen.
Zudem wurde diese Definition gewählt, um auf ihr eine Bedürfnislogik aufzubauen, die hier jedoch nicht entwickelt werden soll.
Wir wollen uns nun dem Problem der Befriedigbarkeit einer Menge von Bedürfnissen $N = \{n_1, ..., n_r\}$ zuwenden.

1.Fall: Es gibt mindestens ein $n \in N$, das nicht für sich befriedigbar ist. Hier gibt es mindestens zwei Unterfälle:

a) **Don-Juan-Bedürfnisse** sollen solche heißen, deren scheinbare Befriedigung die Bedürftigkeit gleich wieder reproduziert[1]. Ihr bedürfnistheoretischer Grund (nicht ihr politisch-ökonomischer) liegt in der m.E. nicht vollzogenen oder nicht vollziehbaren Artikulation als *Bedürfnis nach*. So wie Goethes Faust stets sich weiter getrieben sieht und alle Deutungsversuche seiner Bedürftigkeit sich im Schlußsatz des Hinangezogenseins durch das Weibliche wieder verallgemeinert anstatt zu konkretisieren. Ähnlich liegt der Fall der Langeweile des Kindes, das hierin wohl bedürftig ist, aber die Artikulation (Handlung) nicht findet, die es befriedigt.
Hier klingt der Aspekt der Transzendenz (siehe auch die Göttin des Parmenides) an, der die Bedürftigkeit generell thematisiert und zu erledigen versucht.

Diese Don-Juan-Bedürfnisse möchte ich als Präzisierung der **falschen matrialen Bedürnisse 1.Art** verstehen.

b) Im weiteren sei nun die Definition vollzogen und vorläufig von der Gefühlskomponente abstrahiert[2]. Ein Bedürfnis $n(p_m)$ heiße genau dann **befriedigbar**, wenn sein Schema p^m matrisierbar ist.

Metabolische Bedürfnisse sollen jene heißen, deren Befriedigung durch ein Schema das Bedürfnis nach dessen Gegenschema produziert, d.h. das in sein Gegenteil umschlägt.
Das wäre ein **falsches matriales Bedürfnis 2.Art**.
Leide ich bspw. unter Eßsucht, so entsteht nach vollzogener Befriedigung das Bedürfnis, nicht mehr zu essen[3], d.h. ich habe es satt. Solche Bedürfnisse haben die Eigenschaft, dass sie einen im Positiven (Schema) und Negativen (Gegenschema) nicht mehr verlassen, d.h. man ist abhängig geworden, man ist ständig durch sie oder ihr Gegenteil bestimmt.

Def.7: Ein Bedürfnis n(p) heiße **metabolisch,** wenn gilt: $n(p) < \varepsilon \Rightarrow n(\tilde{p}) < \varepsilon$ [4]

Ich möchte zwei Axiome hier zusätzlich verwenden:

---

1 So ähnlich *Th.W.Adorno*, Thesen über Bedürfnis in soziologische Schriften I, Frankfurt a.M. 1979

2 Diese Abstraktion könnte im Zusammenhang einer ökologischen Ethik von Bedeutung sein, wie mir bei einem Vortrag von D.Birnbacher neulich klar wurde. Dadurch wäre es möglich, auch die nichtfühlenden Wesen mit einzubeziehen.

3 Das Bedürfnis nicht mehr zu essen ist wohlgemerkt nicht das gleiche wie kein Bedürfnis zu essen zu haben.

4 $p^{\sim}$ soll das Gegenschema von p bezeichnen.

Trennungsaxiom (TA): $n(p) < \varepsilon \Rightarrow \neg(p < \varepsilon)$

d.h. dass das Bestehen eines Bedürfnisses nach p das Nichtbestehen von p impliziert.

Alternativaxiom (AA): $p < \varepsilon \vee \tilde{p} < \varepsilon$

d.h. dass ein Schema p oder sein Gegenschema $\tilde{p}$ für alle konstituierten p aus Befriedigungssituationen existieren[1].

Satz 2: (1) $n(p)$ metabolisch $\Rightarrow n(\tilde{p}) < \varepsilon \vee n(p) < \varepsilon$

(2) $n(p)$ metabolisch $\Rightarrow n(\tilde{p})$ metabolisch

Bew.: (1) $n(p) \not< \varepsilon \overset{\text{Def. 7}}{\Rightarrow} n(\tilde{p}) < \varepsilon$

(2) $n(\tilde{p}) \not< \varepsilon \overset{\text{Def. 7}}{\Rightarrow} n(p) < \varepsilon$ (vorausgesetzt ist, daß $\tilde{\tilde{p}} = p$)

Satz 3: Ist q Generalisierung/Spezialisierung von p, p und q fixiert und n(p) metabolisch, dann gilt: $n(q) < \varepsilon \Rightarrow n(p) < \varepsilon$

Bew.: $n(q) < \varepsilon \overset{\text{SA}}{\Rightarrow} q \not< \varepsilon \overset{\text{Satz 1(5)}}{\Rightarrow} p \not< \varepsilon \overset{\text{AA}}{\Rightarrow} \tilde{p} < \varepsilon \overset{\text{SA}}{\Rightarrow} n(\tilde{p}) \not< \varepsilon \overset{\text{Satz 2(2) und Def. 7}}{\Rightarrow} n(p) < \varepsilon$

Dieser Satz besagt, dass man fixierten metabolischen Bedürfnissen durch Spezialisierung oder Generalisierung nicht entkommt. Sie lassen sich also auch als *"diabolisch"* charakterisieren. Besonders kritisch liegt der Fall bei Konflikten mit metabolischen Bedürfnissen (s.u.).

2. Fall: Alle Bedürfnisse aus N seien für sich befriedigbar.

Def.8: Eine Menge N von Bedürfnissen heiße **(diachron) befriedigbar**, wenn es eine zukünftige Folge von Befriedigungssituationen gibt, in der alle Bedürfnisse aus N matrisierbar sind. Besitzt die Folge nur ein Glied, so heiße N **synchron befriedigbar**.

Wird mit E_{dt} die Menge aller "hypothetischer Elementarsituationen" d.h. Befriedigungssituationen in einer akzeptablen zukünftigen Zeitspanne dt einschließlich der Gegenwart bezeichnet und mit $B(n_i)$ die Menge der Befriedigungssituationen für n_i aus E_{dt}, so ist N synchron befriedigbar, wenn $\bigcap_i B(n_i) \neq \emptyset$

Der gegenteilige Fall ist der problematische. Der Grad der möglichen Probleme ließe sich etwa durch folgende Definition ausdrücken:

[1] Der Begriff des Gegenschemas ist naturgemäß recht kompliziert zu fassen. Es wird je doch nicht gefordert, dass p bewußt/absichtlich sein muß.

Def.9: Sei M ein Mengensystem, i(M) die Menge aller **isolierten Mengen** aus M, d.h. solcher, die mit den anderen Mengen aus M leeren Durchschnitt haben, $a(M) := M \setminus i(M)$ die Menge der **assozierten Mengen** von M und $d(a(M)) := \{M_1 \cap M_2 / \quad M_1, M_2 \in a(M)\} \setminus \{\varnothing\}$ die Menge aller nichtleeren Durchschnitte von a(M). Die Abbildung $m : M \to i(M) \cup d(a(M))$ heiße **Minimierung** von M und m(M) heiße die **minimierte Menge** von M.

Satz 4: Sei M eine endliche Menge. Dann gibt es eine Zahl $p \in \mathrm{IN}$, sodaß $m^p(M)$ ein Mengensystem isolierter Mengen ist:

$$\bigwedge_{n \in \mathrm{IN}} m^{p+n}(M) = m^p(M)$$

Def.10: Die kleinste derartige Zahl q heiße **Ordnung** von M und $m^q(M)$ das **Minimalsystem** von M.

Satz 5: Zu jedem endlichen Mengensystem M gibt es genau ein Minimalsystem von M.

Besteht das Minimalsytem von $B = \{B(n) / n \in N\}$ nur aus einem Element, so ist N synchron befriedigbar. Die Anzahl der Elemente von $m^q(B)$ ist ein Maß möglicher Probleme. Ist $|m^q(B)| > 1$, so könnte der Fall eintreten, dass die Befriedigung eines Teiles der Bedürfnisse aus N einen anderen Teil aus N behindert, dass also die Bedürfnisbefriedigungen nicht unabhängig voneinander sind. Eine gewisse Befriedigung des Bedürfnisses nach schneller Energieausbeute könnte etwa die Befriedigung des Bedürfnisses nach Gesundheit längerfristig behindern.

Der Begriff des "Widerspruchszyklus" ist für die theoretische Lösung dieser Probleme charakteristisch.

Def.11: a^n **widerspricht**[1] b^m in $\varepsilon \in E$ $(a^n \underset{\varepsilon}{\longrightarrow\!\!\!\!\dashv} b^m) :\Leftrightarrow a_n \subseteq \varepsilon \wedge \bigvee_{\varepsilon' \in E \setminus (M(a^n) \cup M(b^m))} b^m \not< \varepsilon'$

$$a^n \longrightarrow\!\!\!\!\dashv b^m :\Leftrightarrow \bigvee_{\varepsilon \in E} a^n \underset{\varepsilon}{\longrightarrow\!\!\!\!\dashv} b^m$$

$$n(a^n) \underset{(\varepsilon)}{\longrightarrow\!\!\!\!\dashv} n(b^m) :\Leftrightarrow a^n \underset{(\varepsilon)}{\longrightarrow\!\!\!\!\dashv} b^m$$

Def.12: k Bedürfnisse $n_1, \ldots n_k$ bilden einen **k-Widerspruchszyklus** (k-CC) $\lceil n_1, \ldots, n_k \rfloor$,

wenn $n_1 \longrightarrow\!\!\!\!\dashv n_2 \longrightarrow\!\!\!\!\dashv \ldots \longrightarrow\!\!\!\!\dashv n_k \longrightarrow\!\!\!\!\dashv n_1$

Um den Hauptsatz von Fall 2 formulieren und einfach beweisen zu können, möchte ich noch einige Definitionen und Hilfsätze vorausschicken.

---

[1] Hier ist eine der schwächsten Formen des Widerspruchs zugrundegelegt.

Def.13: 1) Eine Teilmenge $G_\perp$ von $N^2 = \{n_1, ..., n_r\} \times \{n_1, ..., n_r\}$ heißt (Widerspruchs-) **Graph** auf N : $\Leftrightarrow (n, m) \in G_\perp \Leftrightarrow n \longrightarrow\!\!| \; m$

2) Ein Graph $G_\perp$ heißt **irreflexiv** : $\Leftrightarrow \bigwedge_{n \in N} (n, n) \notin G_\perp$

3) Ein Graph $G_\perp$ heißt **vollständig :** $\Leftrightarrow \bigwedge_{(n,m) \in N^2} (n, m) \in G_\perp \vee (m, n) \in G_\perp$

4) Ein Graph $G_\perp$ heißt **k-zyklenfrei**, wenn er keinen k-CC enthält. $G_\perp$ heißt **zyklenfrei**, wenn er für alle k mit $1 \le k \le r$ k-zyklenfrei ist.

5) Ein $n \in N$ heißt **initial** im Graph $G_\perp$, wenn n keinen "Vorgänger" hat, d.h.:

$$\Leftrightarrow \neg \bigvee_{m \in N} (m, n) \in G_\perp$$

6) Ein $n \in N$ heißt **final** im Graph $G_\perp$, wenn n keinen "Nachfolger" hat, d.h.:

$$\Leftrightarrow \neg \bigvee_{m \in N} (n, m) \in G_\perp$$

7) Eine Teilmenge $H_\perp$ des Graphen $G_\perp$ heißt **Untergraph** von $G_\perp$.

Def. 14: 1) Sei $N = \{n_1, ..., n_r\}$ und $G_\perp$ Graph auf N. Eine Anordnung $(n_{i_1}, ..., n_{i_r})$ mit lauter verschiedenen n_{i_j} (d.h. eine Permutation von N) heißt **Matrisieranordnung** oder **M-Anordnung** bzgl. $G_\perp$, wenn nach n_{i_ν} kein n_{i_μ} aufgeführt ist, das "Nachfolger" von n_{i_ν} bzgl. $G_\perp$ ist, d.h.:

$$\Leftrightarrow \bigwedge_{\nu} (1 \le \nu \le r \rightarrow (\bigwedge_{\mu} \nu < \mu \le r \rightarrow (n_{i_\nu}, n_{i_\mu}) \notin G_\perp))$$

2) N heißt **diachron befriedigbar**, wenn es eine M-Anordnung bzgl. $G_\perp$ gibt[1].

Hilfsatz 1: Sei $G_\perp$ nichtleerer Graph auf N, dann gilt:
$G_\perp$ zyklenfrei $\Rightarrow$ N hat finale (initiale) Elemente in $G_\perp$

Bew.: Annahme: es gäbe kein finales Element.
Da $G_\perp \neq \emptyset \Rightarrow$ es existiert ein $(n_{i_1}, n_{i_2}) \in G_\perp$.
Da $G_\perp$ zyklenfrei ist $n_{i_2} \neq n_{i_1}$: $n_{i_1} \longrightarrow\!\!| \; n_{i_2}$. Da n_{i_2} nicht final, existiert ein $n_{i_3} \in N$ mit $(n_{i_2}, n_{i_3}) \in G_\perp$(und $n_{i_3} \neq n_{i_1}$ und $n_{i_3} \neq n_{i_2}$ da $G_\perp$ zyklenfrei): $n_{i_1} \longrightarrow\!\!| \; n_{i_2} \longrightarrow\!\!| \; n_{i_3}$
Da n_{i_3} nicht final, exisitert ein $n_{i_4} \in N$ mit $(n_{i_3}, n_{i_4}) \in G_\perp$(und $n_{i_4} \neq n_{i_3}$ und $n_{i_4} \neq n_{i_2}$ und $n_{i_4} \neq n_{i_1}$, da $G_\perp$ zyklenfrei): $n_{i_1} \longrightarrow\!\!| \; n_{i_2} \longrightarrow\!\!| \; n_{i_3} \longrightarrow\!\!| \; n_{i_4}$; etc. bis alle Elemente aus N aufgebraucht sind (N endlich !). Für das letzte Element n_{i_r} müßte es also ein weiteres geben, was dann aber der Zyklenfreiheit widerspricht.
Der Beweis für initiale Elemente geht ganz analog.

Hilfsatz 2: Jeder Untergraph eines zyklenfreien Graphen ist wieder zyklenfrei.

Bew.: Sei $H_\perp$ Untergraph von $G_\perp$. Ist $H_\perp = \emptyset \Rightarrow H_\perp$ zyklenfrei. Sei nun $H_\perp \neq \emptyset$ und sei $\lfloor n_{i_1}, ..., n_{i_s} \rfloor$ ein Zyklus in $H_\perp \Rightarrow \lfloor n_{i_1}, ..., n_{i_s} \rfloor$ ist Zyklus in $G_\perp \Rightarrow$ Widerspruch zur Voraussetzung.

Hilfsatz 3: Sei $G_\perp$ nichtleerer Graph auf N, dann gilt:
$G_\perp$ zyklenfrei $\Rightarrow$ N läßt sich M – anordnen

[1] Ist der Widerspruchsgraph auf N leer, so ist jede Permutation von N M-Anordnung und N damit diachron befriedigbar.

Bew.: $G_\perp$ zyklenfrei $\overset{\text{Hilfsatz 1}}{\Rightarrow}$ N besitzt finale Elemente Für $A \subseteq N$ sei F(A) die Menge aller finalen Elemente von A.

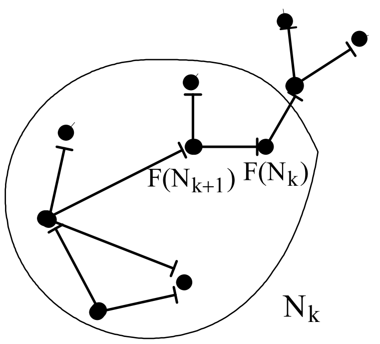
$N_1 := N \backslash F(N) \quad |N_1| < |N|$, da $G_\perp$ zyklenfrei, $G_{\perp 1} = G_\perp \cap N_1^2$ ist zyklenfreier Untergraph nach Hilfsatz 2 $\Rightarrow N_1$ besitzt finale Elemente nach Hilfsatz 1

$N_2 := N_1 \backslash F(N_1) \quad |N_2| < |N_1|$, $G_{\perp 2} = G_\perp \cap N_2^2$ ist wieder zyklenfreier Untergraph nach Hilfsatz 2 $\Rightarrow N_2$ besitzt finale Elemente nach Hilfsatz 1. U.s.w. bis:

$N_s := N_{s-1} \backslash F(N_{s-1}) \quad |N_s| < |N_{s-1}|, G_{\perp s} = G_\perp \cap N_s^2$ ist zyklenfreier Untergraph nach Hilfsatz 2. Da N endlich ist, bricht diese Kette irgendwann ab. Sei N_s das letzte Element dieser Kette, mit $N_s \neq \emptyset$ (dann ist $N_{s+1} = \emptyset$). Die $F(N_i)$ mit $i = 1, ..., s$ seien beliebig angeordnet und $(F(N_i))$ diese jeweilige Anordnung.

Dann ist $((F(N)), (F(N_1), ..., (F(N_s))$ eine M-Anordnung:

[Denn sei $k \in \{0, 1, ..., s\}$ beliebig, wobei $N_o := N$. Alle Elemente aus $F(N_k)$ sind final aus N_k bzgl. $G_{\perp k} = G_\perp \cap N_k^2$. Seien diese angeordnet als $\left(n_{k_1}, ..., n_{k_\kappa}\right)$, wobei kein Glied hiervon Nachfolger eines anderen dieses κ–Tupels bzgl. $G_{\perp k}$ ist, da alle final bzgl. $G_{\perp k}$. Keines hiervon besitzt aber auch Nachfolger aus $F(N\rho)$, $\rho > k$, da $N_k \supset F(N_\rho)$, $\rho > k$. Denn :



$$\begin{array}{ll} N_k & \supset F(N_k) \\ \cup & \\ N_{k+1} & \supset F(N_{k+1}) \\ \cup & \\ N_{k+2} & \supset F(N_{k+2}) \\ \cup & \\ N_{k+3} & \supset F(N_{k+3}) \\ \dots & \dots \end{array}$$

]

Hilfsatz 4: Ein vollständiger Graph $G_\perp$ von N, der 1-, 2- und 3-zyklenfrei ist, ist zyklenfrei.

Bew.: indirekt: Besitze $G_\perp$ einen Zyklus. Sei M die Menge aller Zyklen, die zerlegt werde in nichtleere Mengen M_k der vorhandenen k-Zyklen $(k > 3)$. Sei k_o das kleinste dieser k's. Sei $\left| n_{i_1}, n_{i_2}, ..., n_{i_{k_o}} \right._{-}$ ein k_o-Zyklus. Wäre $\left(n_{i_3}, n_{i_1}\right) \notin G_\perp$, dann wäre $\left| n_{i_1}, n_{i_2}, n_{i_3} \right._{-}$ ein 3-Zyklus. Also ist $(n_{i_3}, n_{i_1}) \in G_\perp \Rightarrow \left| n_{i_1}, n_{i_3}, ..., n_{i_{k_o}} \right._{-}$ ist $(k_o - 1)$-Zyklus. Widerspruch zur Minimalität.

Nun läßt sich der Hauptsatz beweisen:

Satz 6: Eine Menge N von Bedürfnissen[1] ist genau dann (diachron) befriedigbar, wenn sie keine k-Widerspruchszyklen besitzt.

Bew.: 1) Sei N diachron befriedigbar, dann gibt es eine M-Anordnung $\left(n_{j_1}, ..., n_{j_r}\right)$ von N.

[1] Man möge nicht vergessen, dass die Bedingung des zweiten Falls immer noch gilt.

Annahme : es gäbe einen k-CC $\lfloor n_{i_1}, \ldots, n_{i_k} \rfloor$. Sei n_{j_ρ}das erste Glied aus der M-Anordnung das aus dem k-CC stammt: Sei n_{i_l} dieses Element aus dem k-CC. Da n_{i_l} aber wegen der Zyklizität einen Nachfolger n_{i_m} besitzt, muß dieser wegen Def. 14 vor dem n_{j_ρ} stehen. Widerspruch zur Minimalität von n_{i_l} in der M-Anordnung. Also gibt es keinen k-CC.
2) $G_\perp = \emptyset \Rightarrow$ N besitzt M-Anordnung (jede beliebige Permutation von N).
$G_\perp \neq \emptyset \Rightarrow G_\perp$ zyklenfrei (da N keine k-CC besitzt) $\overset{\text{Hilfsatz 3}}{\Rightarrow}$ N besitzt M-Anordnung. Insgesamt folgt dann nach Def. 14 2), dass N diachron befriedigbar ist.

Unter gewissen Bedingungen läßt er sich noch enger fassen:

Def.15: 1) Eine Zweiermenge $\{n_1, n_2\}$ von Bedürfnissen heiße **halbwidersprüchlich**, wenn

$$n_1 \longrightarrow\!\!\!| \; n_2 \vee n_2 \longrightarrow\!\!\!| \; n_1$$

2) Eine Menge N von Bedürfnissen heiße **global halbwidersprüchlich**, wenn jede Zweiermenge aus N halbwidersprüchlich ist.

Satz 7: Eine Menge N von Bedürfnissen, die global halbwidersprüchlich ist und weder 1-CC noch 2-CC noch 3-CC besitzt, ist (diachron) befriedigbar.

Bew.: Der Graph $G_\perp$ zur Bedürfnismenge N, die die Voraussetzungen von Satz 7 erfüllt, ist ein Graph, der die Voraussetzungen von Hilfsatz 4 erfüllt, ist also zyklenfrei. Rest des Beweises siehe 2. Teil des Beweises zu Satz 6.

Satz 6 bedeutet, dass eine Matrisierung (Befriedigung) nur gegeben ist, wenn die CC aufgehoben sind. Aufheben lassen sie sich i.a. durch Bedürfnisspezialisierungen[1]. Bei Spezialisierungen werden widerspruchsfreie Bedürfnisse nicht tangiert, sie bleiben widerspruchsfrei und widerspruchsvolle bleiben bei Generalisierung widerspruchsvoll, wie der folgende Satz zeigt.

Satz 8: Sind p und q Situationsschemata und n(p) und n(q) Bedürfnisschemata und $\varepsilon \in E$,

dann gilt: $p' \langle p \wedge q' \langle q \wedge n(p) \underset{\varepsilon}{\not\longrightarrow\!\!|} n(q) \quad \Rightarrow \quad n(p') \underset{\varepsilon}{\not\longrightarrow\!\!|} n(q')$

Bew.: Sei $p'_s \subseteq \varepsilon$. Aus $p'_s \supseteq p_n$ folgt $p_n \subseteq \varepsilon$ und daraus $\bigwedge\limits_{\varepsilon' \in E \setminus (M(p^n) \cup M(q^m))} q^m < \varepsilon'$, sodaß $q_m \cap \varepsilon' \neq \emptyset$, und mit $q'_t \supseteq q_m$ folgt $q'_t \cap \varepsilon' \neq \emptyset$ und schließlich $q'_t < \varepsilon'$.

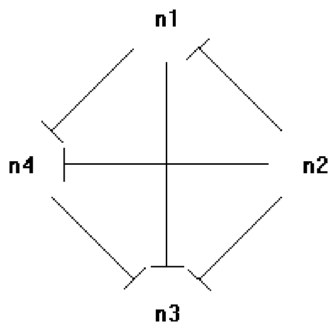
Wäre $\varepsilon' \in M(p'^{s}) \cup M(q'^{t})$, dann gälte $\varepsilon' \in M(p'^{s}) \vee \varepsilon' \in M(q'^{t})$ oder

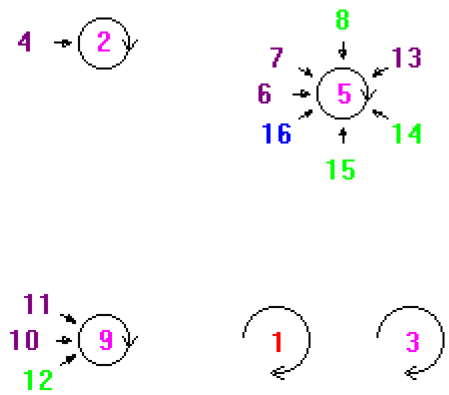
---

[1] Speziell wenn ε' = ε, kann die Spezialisierung zur Dissoziation oder "Verdrängung" der ambivalenten Situation der Befriedigung von n_1 und fortdauerndem Bedürfnis n_2 (n_1 widerspricht n_2) tendieren, sodaß daraus eine neue Artikulation von n_1 oder eine neurotische Situation resultiert (vgl. *Freud*). Oder ein Bedürfnis n_1', das als Bedürfnis n_1 betrachtet wurde, könnte durch die Artikulation einer neuen Familienvariante substituiert werden.

$$\varepsilon' \in M(p^n) \vee \varepsilon' \in M(q^m), \text{was in Widerspruch zu } \varepsilon' \notin M(p^n) \cup M(q^m) \text{ steht.}$$

Diese Spezialisierungen bedeuten u.a. Kulturierung. Je konfliktueller Gesellschaften sind, desto größer ist i.a. ihre Kulturierungstendenz.
Satz 7 bedeutet, übertragen auf eine Gesellschaft oder Gruppe, dass global konfliktuelle Gruppen, deren 2-CC und 3-CC aufgehoben wurden, stark hierarchisiert sind, weil nur in einer solchen Hierarchisierung Bedürfnisbefriedigung möglich ist:
Im Bsp:





Hier ist nur in der Folge (n_3, n_4, n_1, n_2) matrisierbar.
Man beachte, dass der am stärksten Bedrängte n_3 am ersten matrisiert und der am stärksten Bedrängende n_2 zuletzt ("die Letzten werden die Ersten sein").

Die rechte Figur zeigt die **interne Dynamik** dieser Bedürfnismenge. Die Zahlen geben die verschiedenen Befriedigungssituationen an: 1 bedeutet, dass kein Bedürfnis befriedigt ist, die rosa Zahlen 2, 3, 5 und 9 dass ein Bedürfnis befriedigt ist, die violetten 4, 6, 7, 10, 11 und 13, dass zwei und die grünen 8, 12, 14 und 15, dass drei und 16, dass alle Bedürfnisse befriedigt sind. Genauer zeigt es die folgende Tabelle:

Situation	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
befriedigte Bedürfnisse	keins	n_4	n_3	n_3 n_4	n_2	n_2 n_4	n_2 n_3	n_2 n_3 n_4	n_1	n_1 n_4	n_1 n_3	n_1 n_3 n_4	n_1 n_2	n_1 n_2 n_4	n_1 n_2 n_3	alle

Vorausgesetzt bei dieser konkreten Dynamik ist, dass jedes Bedürfnis sich in jeder Situation zu befriedigen versucht (**"anapoietische" Bedürfnisse**). Man erkennt, dass das dominierende Bedürfnis n_2 (in Situation 5 alleine befriedigt) in allen Situationen, in denen es befriedigt ist, alleiniger Sieger bleibt. Das Bedürfnis n_3 hingegen ist nur isoliert "überlebensfähig".
Ändert man jedoch die Vorgaben für die Dynamik, bspw., dass die Bedürfnisse sich nicht selbst zu befriedigen suchen ("**indifferente**" Bedürfnisse), so ist ersichtlich nach der Initialsituation allgemeine Frustration. Der Punkt-Attraktor ist dann die Situation 1.
Ich möchte mich nun der Einfachheit halber auf Zweier- und Dreier-Personengruppen beschränken, und die Problematik hieran durchgehen.
Sei also $\{n_1, n_2, n_3\}$ die in Frage stehende Bedürfnismenge, die nicht befriedigbar sei. Das heißt, dass es mindestens einen 2-CC oder 3-CC gibt.

1. Fall: (n_i, n_j) sei ein 2-CC. Solche Situationen sind sozusagen "fern des Gleichgewichts", d.h. potentiell chaotisch wie in der Pubertät, Eltern-Kind-Konflikte, Herr-Knecht-Situationen, Arbeitskampf, neurosenanfällige Situationen etc.. In diesen Situationen wird sich (verallgemeinert bei Großgruppen bei Haken) der Stärkere - im nicht moralischen Kontext - durchsetzen, d.h. der Schwächere ist gezwungen, seine Bedürfnisse zu spezialisieren. Das kann für ihn Entwicklung, Individuation bedeuten, die in der Pubertät ebenso wie in der Herr-Knecht-Dialektik Hegels stattfindet. Im Psychologischen haben Bateson mit seinem double-bind und Watzlawik auf komplexerer Systemebene ähnliches behandelt.
Problematisch wird es, wenn am Konflikt ein metabolisches Bedürfnis beteiligt ist. Wie Satz 3 zeigt, bewirkt die Spezialisierung bei metabolischen Bedürfnissen keine Konfliktlösung, da es dennoch erhalten bleibt. D.h. auch hier muß dasjenige Individuum spezialisieren, das nicht-metabolische Bedürfnisse hat, soll die Beziehung nicht aufgelöst werden.
Sind beide Bedürfnisse metabolisch, so ist eine genuine Konfliktlösung nicht möglich, mit der Konsequenz der Therapienotwendigkeit oder des Beziehungsabbruchs.
Im moralischen Kontext werden - bei nicht-metabolischen Bedürfnissen - beide Personen sich in gleicher Weise spezialisieren müssen, um den Konflikt zu beheben, falls beide Bedürfnisse "gleichberechtigt" sind. Diese Spezialisierung kann aber auch eine Verarmung bedeuten, da sie
erworbenes Allgemeines aufgeben muß. Hierin besteht der Konflikt zwischen den ethisch deontologischen Theorien der Existentialisten und der Kantianer. Bedürfnismäßig kann das eine Regression vom tekialen zum matrialen Bedürfnis bedeuten.

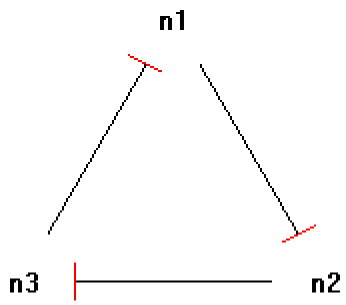
2. Fall: (n_1, n_2, n_3) 3-CC, etwa:

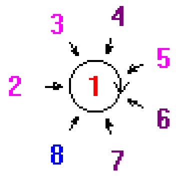
a) (n_i, n_j) 2-CC: siehe oben.

b) $n_i \;\substack{\longrightarrow\!\!\!\!\dashv \\ \vdash\!\!\!\!\not\longrightarrow}\; n_j$:

n_j wird vor n_i befriedigt. Das geht jedoch nur wegen der Zyklizität der Bedürfnisse, wenn dieser Widerspruch zeitlich begrenzt ist. Gilt der Widerspruch länger, so ist die Befriedigung von n_j problematisch. Wird die "stabile" Ausgangssituation $\{n_i, n_j\}$ akzeptiert, entsteht Bedürfnisfrustration von nj und damit Bedürfnisunterdrückung des betreffenden Individuums. Solche Unterdrückungen wurden von Hobbes/ Rousseau im Konzept des Unterwerfungsvertrags bzw. der Willensverallgemeinerung gesellschaftlich sanktioniert. Wird n_j spezialisiert (um eine Lösung zu erreichen), kann es bei starkem n_i (bspw. beim allgemeinen Willen) zur Entfremdung führen, worin der eigene Wille nicht mehr erkannt wird, weil er zu verträglich mit dem Allgemeinen geworden ist.

Im moralischen Zusammenhang müßten wieder beide in gleicher Weise spezialisieren, falls n_i länger n_j verhindert. Ist das jedoch nicht der Fall, besteht kein moralisches Problem.
Der kategorische Imperativ läßt sich ebenfalls im Lichte dieser Thesen präzisieren und korrigieren. Das möchte ich aber hier ausklammern und nur anmerken, dass eine Verallgemeinerung von moralischen Zweierbeziehungen hier nicht tragfähig ist. Falls man auf der Zweierbeziehung des Moralischen beharrt, stellt das dann eben die Grenze des Moralischen dar, da echt soziale Probleme (ab drei Personen) damit nicht allgemein lösbar sind, wie folgendes Beispiel zeigt:





Die Situation erscheint nämlich für das Individuum unproblematisch.
Die Reihenfolge der Befriedigung sieht für das Individuum mit dem Bedürfnis n1 unter Unkenntnis der Beziehung zwischen n_2 und n_3 folgendermaßen aus: Zuerst befriedigt man n_2, dann n_1 und schließlich n_3. Das Individuum mit n_1 würde also darauf warten, dass das Individuum mit n_2 zuerst befriedigt. Analog sieht die Situation für die anderen Individuen aus aufgrund der Symmetrie. Jeder würde also warten und es könnte keine Lösung unter moralischem Aspekt zustande kommen. Diese Lage ist nur durch Gruppenkommunikation zu bewältigen. Es muß also eine im eigentlichen Sinn zum erstenmal soziale Beratung stattfinden. Da im Hinblick auf das Ganze nur eine minimale Spezialisierung notwendig und vernünftig ist, nicht alle drei also spezialisieren müssen, alle aber gleichberechtigt sind, würde das Problem trotz Information vom formal kategorischen Standpunkt aus nicht gelöst werden. Es bedarf des *guten Willens* eines oder mehrerer Individuen, notfalls Asymmetrie zeitweilig auf sich zu nehmen, d.h. vorzuleisten.

Die oben angegebene interne Dynamik setzt wieder den indifferenten Fall voraus.

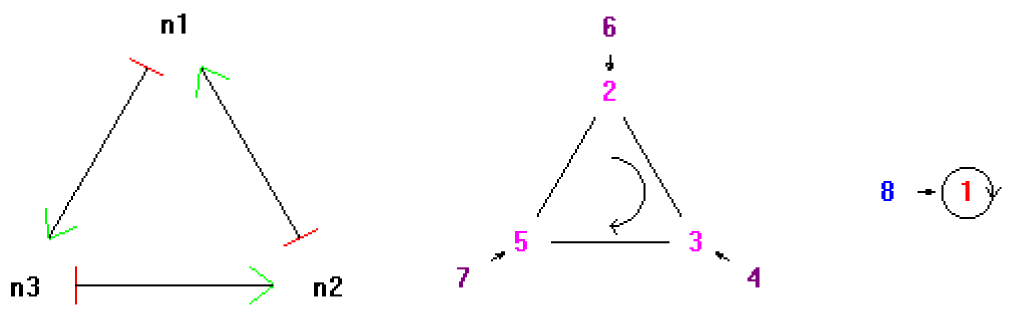
Die allgemeine Tabelle für drei Bedürfnisse sieht wie folgt aus:

Situation	1	2	3	4	5	6	7	8
befriedigte Bedürfnisse	keins	n_3	n_2	n_2 n_3	n_1	n_1 n_3	n_1 n_2	alle

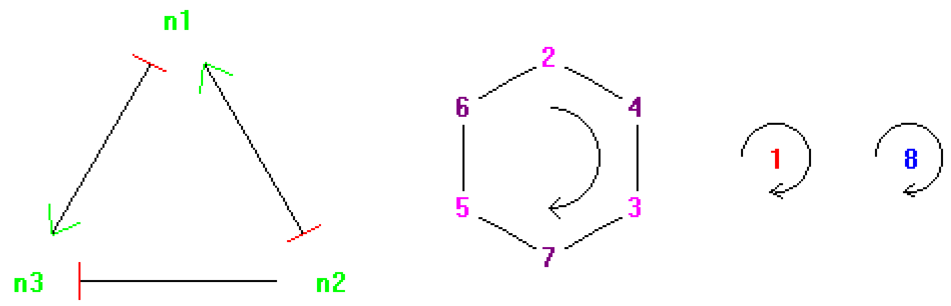
Wird die anapoietische Bedingung angesetzt, erhält man folgende interne Dynamik:

Jede Situation führt zu Punkt-Attraktoren, d.h. ein Bedürfnis kann sich auf Kosten der anderen
behaupten. Falls jedoch alle gleichzeitig matrisieren wollten (Situation 8) , so sieht man nochmals, dass dann alle in kontinuierlicher Frustration enden würden.
Hier gibt es jedoch eine interessante Lösungsmöglichkeit, wenn nicht nur Widerspruchszyklen, sondern gegenläufige **epikurische**[1] **Gegenzyklen** beteiligt sind. Die nachfolgende Figur veranschaulicht diesen Fall:

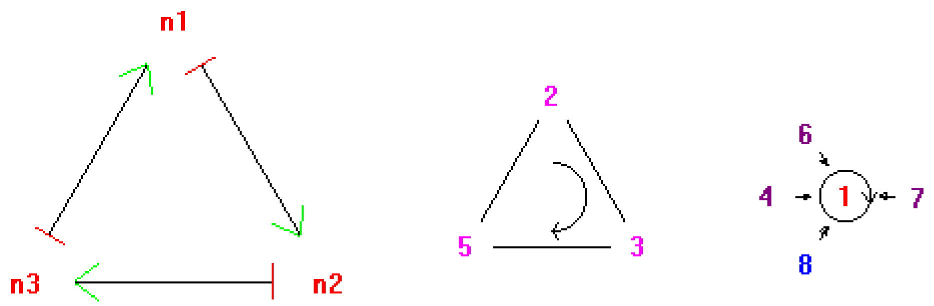
[1] von gr. epikourew, helfen, unterstützen



Voraussetzung sind hier indifferente Bedürfnisse. Im Falle anapoietischer, erhält man den noch günstigeren Fall eines Zyklenattraktors:



Im Zweitakt (bzw. im indifferenten Fall im Dreitakt) werden die Bedürfnisse regelmäßig befriedigt.
Selbst in dem Fall, dass die Bedürfnisse sich einzeln selbst widersprechen ("**kataleptische**" Bedürfnisse), bleibt der grundsätzliche Charakter erhalten[1]:



Dieses Modell stellt zumindest theoretisch einen einfachen Lösungsansatz für das staatsphilosophische Problem dar, das Rousseau formuliert hatte und bis heute noch nicht befriedigend gelöst ist[2]. In dem einfachsten Fall eines Konfliktes, der des sozialen Standpunktes bedarf, umohne Unterdrückung oder "freiwillige" Unterwerfung eine allgemein akzeptierbare Lösung zu finden, reicht ein epikurischer Gegenzyklus aus. Das Nichterfüllen der Bedingung eines Einzelnen bringt keinen Vorteil[3] für irgendeinen Beteiligten, denn die Nichterfüllung wird in

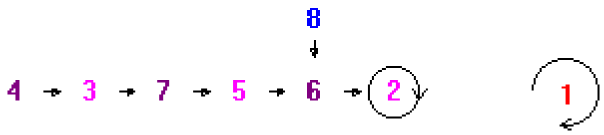
---

[1] Das ist wiederum bemerkenswert für den Fall psychischer Neurosen, die demnach zumindest zeitweise durch Gegenzyklen einfach entschärft und sozial aufgefangen werden können.

[2] *Rousseau*s Hauptfrage in: Der Gesellschaftsvertrag oder die Grundsätze des Staatsrechts, Stuttgart 1974: "Wie findet man eine Gesellschaftsform, die mit der ganzen gemeinsamen Kraft die Person und das Vermögen jedes Gesellschaftsmitgliedes verteidigt und schützt, und kraft deren jeder einzelne, obgleich er sich mit allen vereint, gleichwohl nur sich selbst gehorcht und frei bleibt wie vorher ?...".Auch *Habermas*' Lösungsversuch in Faktizität und Geltung, Frankfurt a.M. 1993[3] befriedigt nicht, obwohl er das Problem klar sieht.

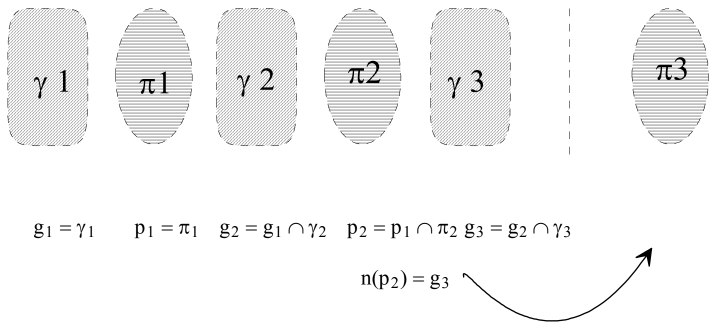
[3] Vgl. *Th. Hobbes'* Vorbeugungsstrategie der leviathanischen Unterwerfung, dessen im Ansatz vorbildli-

der nächsten Situation unweigerlich von den anderen einzeln erkannt durch die direkt spürbare Frustration:

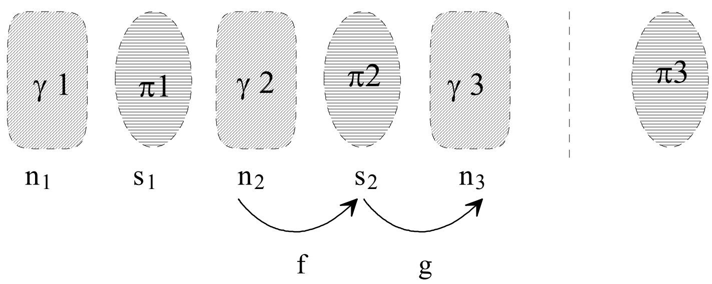


Im diesem letzten Abschnitt möchte ich noch den im philosophischen Teil auf Seite 11 angedeuteten Gedanken ein wenig präzisieren.

In Def. 6 habe ich das Bedürfnis *strukturell* als Artikulation des Bedürfnisgefühls vermittelt durch die Konstruktion des zuletzt herauskristallisierten Befriedigungsgefühls als Erwartung eines neuen Befriedigungsgefühls angegeben.



Jetzt möchte ich einen *quantitativen* Aspekt einführen.
Der Übergang von den Bedürfnissituationen n_i zu den Befriedigungssituationen s_i läßt sich als Funktion $f: n_i \rightarrow s_i$ auffassen ebenso wie der duale Übergang von Befriedigungssituationen zu den neuen Bedürfnissituationen $g: s_i \rightarrow n_{i+1}$.



Ich interpretiere diese Funktionen nun numerisch als Gefühlsstärkenverhältnisse. Bittet man eine Versuchsperson an irgend ein bestimmtes Bedürfnis zu denken und dafür zwei entsprechende Diagramme für f und g zu entwickeln, die diese Abhängigkeiten subjektiv widerspiegeln, lassen sich die Funktionen daraus näherungsmäßig entwickeln, von denen man dann die

che Argumentation im Einzelnen eine grundlegende Bedürfnisanalyse verdient, um die genaue Schwachstelle auszumachen.

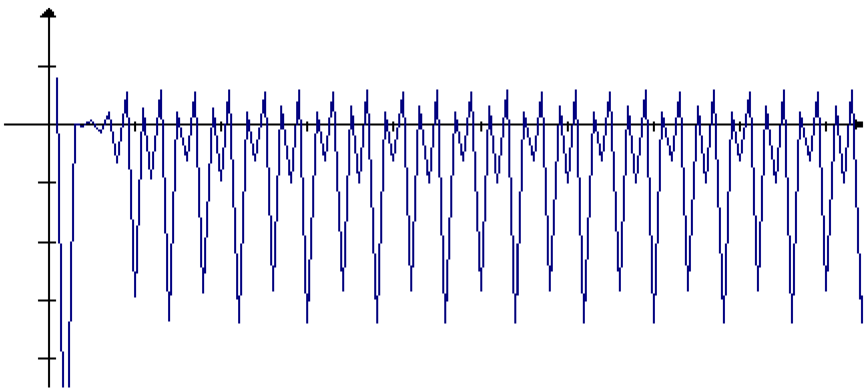
Komposition $g \circ f : n_i \to n_{i+1}$ bildet. Diese Funktion repräsentiere dann die in der gegebenen Entwicklungsphase erreichte Artikulation eines Bedürfnisschemas. Iteriert man diese Komposition dann - eventuell mit einem Unschärfekoeffizienten - erhält man eine extrapolierte Entwicklung. Im übrigen ist die Komposition bereits selbst als "gefrorene Iteration" vorstellbar.

Ich möchte zwei konkrete, erhobene Beispiele dazu angeben.

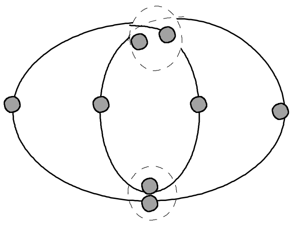
Bsp 1: Die Komposition einer männlichen 25 jährigen VP ergab folgende Rekursion:

$$n_{i+1} = -(n_i e^{n_i} + 1)^2 + 1$$

Das Iterationsdiagramm hiervon ist recht interessant:

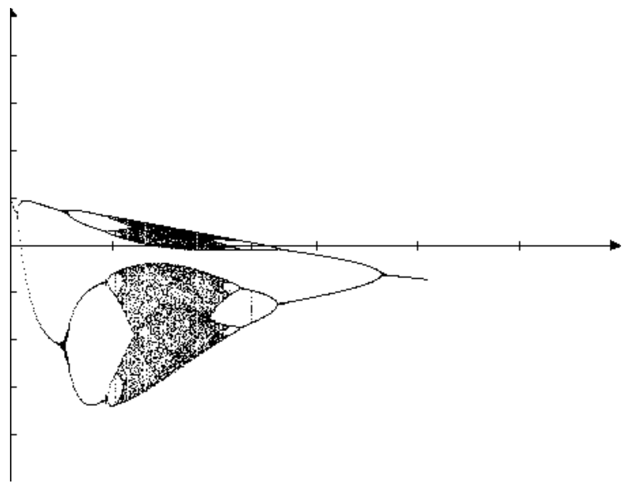


Wir haben hier einen Grenzzyklus von 8 Werten in der Reihenfolge 0,55, -0,61, 0,22, -3,39, 0,6, -1, 0,3 und -2,85, wobei zwei Wertepaare $(0{,}6 / 0{,}55)$ und $(0{,}3 / 0{,}22)$ sehr nahe beieinander liegen.



Interpretiert man Werte mit genügend großer Differenz als verschiedene Bedürfnisartikulationen, so lägen hier nur sechs verschiedene Varianten vor. Da jedoch "die" Variante $(0{,}6 / 0{,}55)$ verschiedene Nachfolger hat, wäre die Person gezwungen, auch die Variante $(0{,}6 / 0{,}55)$ zu differenzieren, was bei so nahe beieinander liegenden Werten sehr genauer Beobachtung bedarf. Darüber hinaus ist das Iterationsdiagramm insensibel gegenüber einer Variation der Anfangswerte, es pendelt sich sehr schnell immer wieder auf die charakteristischen Werte ein. Diese Eigenschaften der ausgeprägten Wahrnehmungspräzision gekoppelt mit der relativen Gleichgültigkeit äußerer Variationen gegenüber dem System ist für gewisse psychische Krankheitsbilder charakteristisch.

Verallgemeinert man die Rekursion zu folgender Schar $f_a = -a \cdot (xe^x + 1)^2 + 1$ so erhält man im Intervall [0,4] folgendes Bifurkationsdiagramm:

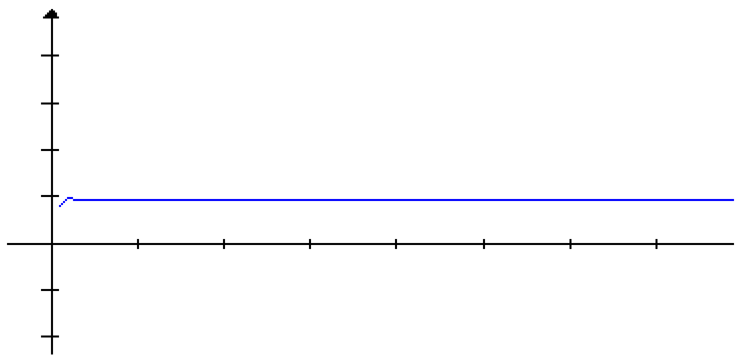


Für den Wert $a = 1$ kann man im vertikalen Schnitt genau die obigen 8 Werte ablesen.
Dieses Diagramm läßt sich als Unschärfediagramm oder/und als potentielles Entwicklungsdiagramm interpretieren.
Vergrößert man a leicht, so entwickelt sich das System in einer Bifurkationskaskade, in der der Grenzzyklus in immer kürzeren Zeiteinheiten exponentiell wächst, zum sogenannten chaotischen Attraktor. Das bedeutet eine bedürfnismäßige totale Desorientierung, Verwirrung, die bspw. in schizophrenen Schüben vorkommen. Bemerkenswerterweise wird aber bei weiterer Zunahme des Parameters a diese chaotische Situation wieder rückgängig werden, wie man dem Diagramm entnehmen kann.
Auch das könnten Anhaltpunkte dafür sein, dass auf diese Weise eventuell psychische Krisen mathematisch analysierbar sind.

Bei einer anderen VP, einer älteren Frau ergab sich ein ganz anderes Bild.

Die Rekursionsschar war rational: $n_{i+1} = \dfrac{72\cdot(\sqrt{3}+2)\cdot n_1\cdot(an_1^2+1)}{an_1^2\cdot(an_1^2+578)+1}$

Für das originale $a = 1$ ergibt sich folgender Iterationsgraph, der sich fast unmittelbar auf den Punktattraktor 0,93 stabilisiert. Also ein sehr ausgeglichenes Bild.



Variiert man wieder das a im Intervall [-2,4], so bleibt in der positiven Umgebung von a = 1 das Bild sehr stabil. Falls die negativen Werte eine historische Bedeutung haben sollten, herrschte da allerdings wildes Chaos: