Zwei zusammenhängende Proportionalitäten

Manfred Hörz

Gegeben sei eine Variable z, die Funktion von zwei Variablen x und y ist: $z=f(x,y)$.

Hält man y fest und erhält man dann die Proportionalität $z \propto x$ also $z=c_1 \cdot x$, wobei die Konstante c_1 sich verändert, wenn man y fest verändert, also c_1 eine Funktion von y ist (und natürlich nicht von x): $c_1=g(y)$.

Hält mab dagegen x fest und erhält man dann auch eine Proportionalität $z \propto y$ also $z=c_2 \cdot y$, wobei die Konstante c_2 sich wieder verändert, wenn man x fest verändert, also ist c_2 eine von x abhängige (und natürlich nicht von y abhängige) Funktion: $c_2=h(x)$.

Also hat man insgesamt $z=g(y) \cdot x=h(x) \cdot y$ dividiert man diese Gleichung durch $x \cdot y$, erhält man $\frac{z}{x \cdot y}=\frac{g(y)}{y}=\frac{h(x)}{x}$. Da der zweite Bruch nicht von x abhängt, der dritte nicht von y, so hängen die gleichen Brüche weder von x noch von y ab, sie sind also bezüglich x und y konstant. Also gilt $\frac{z}{x \cdot y}=c$ oder $z=c \cdot x \cdot y$. Also:

$$z \propto x \quad \text{(y fest) und} \quad z \propto y \quad \text{(x fest)} \Rightarrow z \propto x \cdot y$$

Das läßt sich auf beliebig viele Proportionalitäten durch vollständige Induktion verallgemeinern.

Beispiel: $a \propto F$ m konst. und $a \propto \frac{1}{m}$ F konst. Also $a=c \cdot \frac{F}{m}$ oder $F=\frac{1}{c} \cdot m \cdot a$.
Wählt man für m die Einheit kg und für a die Einheit m/s^2 und setzt man $c:=1$, so wird die Kraft F in $kg\, m/s^2$ oder „Newton“ gemessen.

Graphisches Beispiel:

Man erkennt hier, dass bei konstantem x bzw. y die Variable z proportional zu y bzw. x ist.
Es handelt sich hier um die Funktion $z=\frac{1}{5} x y$