

Regelfolgen /das Paradox (zu Wittgenstein)

Manfred Hörz

Gibt es Regeln R_1 und R_2 ohne Einschränkung und Sonderbedingungen, die berechenbar für alle Indizes einer Folge die Folgenglieder ergeben (Rekursion, explizite Terme oder andere Erzeugungsmechanismen wie für die Stellen von $\sqrt{2}$ oder Primzahlen) so dass gilt:

Zwei Folgen a_i und b_i sind für die Anfangsglieder bis zu einem Index k gleich, danach aber verschieden, sodass es sich um verschiedene Regeln handelt und verschiedene Folgen.

Ja, bspw.: $a_1=b_1=1; a_2=b_2=2, a_3=b_3=3 \quad k=3$

Ich definiere Primzahl folgendermaßen:

$$\bigwedge_{p \in \mathbb{N}} (p \text{ Primzahl} : \leftrightarrow \bigwedge_{m, n \in \mathbb{N}} (p = m \cdot n \rightarrow (m = p \vee m = 1)))$$

R_1 wäre dann die Regel, die Folge der natürlichen Zahlen zu erzeugen.

R_2 Die Regel, Primzahlen zu erzeugen.

Die Anfangsfolge 1,2,3 könnte dann aufgrund der Regel R_1 oder der Regel R_2 erzeugt sein.

$$1, 2, 3 < \begin{matrix} 4? R_1 \\ 5? R_2 \end{matrix}$$

Der **Empirist**, der nur die Anfangsfolge 1,2,3 kennt, kann nicht sagen, welcher Regel der Folgenbauer gefolgt ist. Für ihn gibt es mindestens zwei Verallgemeinerungen, Gesetze. Er hat zu diesem Zeitpunkt keine Möglichkeit, zu entscheiden, welche Regel benutzt wurde. Dazu muss er abwarten, bis die beiden Regeln unterschiedliche Folgenglieder erzeugen. Das gilt hier bereits für $i=4$. Lautet das vierte Folgenglied 4, so war es die Regel R_1 , lautet es 5, dann lag die Regel R_2 zugrunde.

{Trägt man die Werte der Folgenglieder als Ordinate gegenüber den Indizes als Abszissen in einem Koordinatensystem ab, so erhält man Punkte, die man durch eine, ja unendlich viele Kurven verbinden kann. Diese lassen sich als Erzeugungsregeln interpretieren. Jede dieser Kurven sind rein geometrisch beliebig fortsetzbar. Also für jedes k gibt es beliebig viele Kurven, die diese Anfangsfolge haben erzeugen können und die trotzdem, wie gerade gesehen, die Folge beliebig fortsetzen können. (Vorausgesetzt ist hier, dass der Raum kontinuierlich ist.??)}

Der Regelbauer jedoch, insofern er einer Regel explizit gefolgt ist und daraus seine Folgenglieder konstruiert hat, weiß es wohl. Er ist sozusagen in der Lage eines **Rationalisten**.

Oder anders gesagt. Der **Beobachter** ist sich über die Regel ungewiss. Der Konstrukteur, das **Subjekt** jedoch weiß es.

In welcher Lage ist ein Baby, das sich mit der Mutter die ersten Bilder und Gegenstände konstruiert und noch keine explizite Regel kennt? Es hat zum Teil die Regel in sich und baut die Regel und zum andern Teil ist es von der Umgebung abhängig und kennt die Folge nicht.